



## МОДЕЛЬ КРАТКОСРОЧНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ УРОВНЯ ВАЛОВОГО МУНИЦИПАЛЬНОГО ПРОДУКТА В УСЛОВИЯХ ПОСТОЯННЫХ ИЗМЕНЕНИЙ

**Лытнева Н. А.**

доктор экономических наук, профессор кафедры менеджмента и государственного управления Орловского филиала, Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации (Россия), 302028, Россия, г. Орел, б. Победы, 5а, ukap-lytneva@yandex.ru

**Комаревцева О. О.**

Орловский филиал, Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации (Россия), 302028, Россия, г. Орел, б. Победы, 5а, komare\_91@mail.ru

УДК 332.1(1-2)  
ББК 65.042-237

**Цель.** Формирование эффективной модели краткосрочного прогнозирования валового муниципального продукта.

**Методы.** Методологическая база исследования представлена методами структурного, логического и статистического анализа, графическим методом.

**Результаты.** На основе проведенного исследования был предложен эффективный инструмент краткосрочного прогнозирования (лаг 2 квартал). Было установлено, что эффективность адаптивной модели Брауна по прогнозированию уровня валового муниципального продукта составляет 95 % (о чем свидетельствует выполнение всех требований адекватности модели).

**Научная новизна.** Научная новизна заключается:

- в предложенном автором подходе краткосрочного прогнозирования;
- применении в исследовании адаптивной модели Брауна.

*Ключевые слова:* прогнозирование, валовый муниципальный продукт, социально-экономическое развитие муниципального образования, адекватность модели

## THE MODEL OF THE SHORT-TERM FORECASTING OF THE LEVEL OF GROSS MUNICIPAL PRODUCT IN CONDITIONS OF CONTINUOUS CHANGE

**Lytneva N. A.**

Doctor of Economics, Professor of Management and Public Administration Department of the Orel branch of Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (Russia), 5a, Pobedy str., Orel, Russia, 302028, ukap-lytneva@yandex.ru

**Komarevtseva O. O.**

Orel branch of Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (Russia), 5a, Pobedy str., Orel, Russia, 302028, komare\_91@mail.ru

**Purpose.** To develop the effective model of the short-term forecasting of gross municipal product.

**Methods.** The methodological framework of research methods is provided through the methods of structural, logical and statistical analysis and graphical method.

**Results.** On the basis of the conducted research an effective tool for short-term forecasting (2nd quarter lag) has been offered. It has been found that the effectiveness of Brown's adaptive model of forecasting the level of gross municipal product makes 95 % (as evidenced through the observance of all requirements of the model adequacy).



Лытнева Н. А., Комаревцева О. О.

**Scientific novelty.** Scientific novelty is in:

- the author's proposed approach of short-term forecasting;
- using the Brown's adaptive model in the research.

*Key words:* forecasting, gross municipal product, socio-economic development of municipal entity, model adequacy

Формируя стратегические показатели социально-экономического развития муниципального образования возникает проблема с проведением статистических исследований, включающих в себя весь математический аппарат прогнозирования. Так в качестве методик практического исследования применяют методы вычисления среднестатистических тенденций (темпов роста), обобщение критериев сдвигов, расчет цепных показателей. Кроме того, стоит отметить и тот факт, что представленные статистические методики позволяют прогнозировать только на долгосрочную перспективу. Однако, точность данных прогнозов, тем более во время постоянных изменений, составляют не более 20%.

Кроме того, наиболее часто в процессе прогнозирования социально-экономических показателей используют методы интегрального прогнозирования, расчета рискованной составляющей. При этом комплексной универсальной методики и модели, которая бы позволила с помощью математического аппарата объективно оценить текущий уровень и спрогнозировать на краткосрочный период развитие данного показателя, не существует, так как постановка определенных целей и задач оценки предполагает осуществление выбора конкретных способов обработки данных и их анализа из множества возможных вариантов [1, с. 18].

По нашему мнению, для статистического исследования показателей социально-экономического развития муниципальных образований необходимо применить краткосрочные модели прогнозирования, способствующие проверить полученные данные на адекватность [2, с. 127]. К таким инструментам можно отнести адаптивную модель Брауна.

Таблица 1. Квартальные значения временного ряда валового муниципального продукта города Орла за 2011 – I квартал 2015 гг.

Годы	Кварталы			
	I	II	III	IV
2011	6,4	9,1	9,8	6,4
2012	7,1	10,6	11,0	8,0
2013	8,5	11,2	12,0	8,4
2014	8,9	11,8	12,4	8,8
2015	9,1			

Модель Брауна – это адаптивная модель, позволяющая при помощи математического алгоритма спрогнозировать уровень развития такого или иного индикатора на 1 и более шагов. В условиях изменений на федеральном, региональном, муниципальном уровне необходимость данного прогноза соответствует 2 кварталам.

В качестве достоинств данной модели можно отнести простоту расчетов (основа модели строится на расчете линейного уровня и отклонений фактического уровня от расчетного), возможность проверки адекватности построенной модели и построение графического представления исследуемого показателя.

В качестве недостатка можно отнести лишь то, что прогнозный период исследования не может быть более года. Однако, в условиях постоянных изменений, происходящих в социально-экономическом положении

Таблица 2. Оценка начальных значений модели Брауна в прогнозировании уровня валового муниципального продукта города Орла в условиях постоянных изменений

	$t$	$X(t)_{\text{факт}}$	$t - t_{\text{ср}}$	$(t - t_{\text{ср}})^2$	$X(t) - X_{\text{ср}}$	$(t - t_{\text{ср}}) \cdot (X(t) - X_{\text{ср}})$
	1	8,5	2	4	1,3	2,6
	2	11,2	1	1	1,4	1,4
	3	12,0	0	0	2,2	0
	4	8,4	1	1	1,4	1,4
	5	8,9	2	4	0,9	1,8
Сумма	15	49		10		2
Среднее значение	3	9,8		2		0,4

Таблица 3. Оценка параметров модели Брауна

$t$	$X(t)_{\text{факт}}$	$a_0$	$a_1$	$X(t)_{\text{расч}}$	Отклонение $E(t)$	$E(t)^2$	$(t - t_{cp})^2$
0		10,4	0,2				
1	8,5	9,4	0,5	10,2	1,7	2,9	16
2	11,2	10,5	0,2	9,3	1,9	3,6	9
3	12,0	11,4	0,7	10,3	1,7	2,9	4
4	8,4	9,7	0,2	12,1	3,7	13,7	1
5	8,9	9,3	0,04	9,9	1,0	1,0	0
6	11,8	10,9	0,4	9,3	2,5	6,3	1
7	12,4	12,0	0,6	11,3	1,1	1,2	4
8	8,8	10,2	0	12,6	3,8	14,4	9
9	9,1	<b>9,5</b>	<b>0,2</b>	10,2	1,1	1,2	16
45	91,1					34,2	60

территорий, данный недостаток не является существенным [3, с. 50].

Итак, применим адаптивную модель Брауна для прогнозирования уровня валового муниципального продукта г. Орла. Временной ряд исследования представлен в таблице 1.

Для оценки начальных параметров модели  $a_0$  и  $a_1$  составим линейную модель для первых пяти



Рис. 1. График фактического и расчетного уровня валового муниципального продукта города Орла за 2013–1 квартал 2015 года

значений (2013 год – 1 квартал 2015 года) валового муниципального продукта г. Орла методом наименьших квадратов (таблица 2).

При этом, коэффициенты линейной модели

$$a_1(0) = \frac{\sum (t - t_{cp}) \cdot (X - X_{cp})}{\sum (t - t_{cp})^2} = \frac{-2}{10} = -0,2,$$

$$a_0(0) = X_{cp} - a_1(0) \cdot t_{cp} = 9,8 - (-0,2 \cdot 3) = 10,4,$$

а линейная модель

$$y = 10,4 - 0,2t.$$

Считая полученные значения  $a_0$  и  $a_1$  коэффициентами модели Брауна на нулевом шаге, вычислим соответствующие коэффициенты модели на первом, затем на втором и т.д. шагах по формулам:

$$a_0(t) = a_0(t-1) + a_1(t-1) + E(t)(1 - \beta^2)$$

$$a_1(t) = a_1(t-1) + E(t)(1 - \beta^2)$$

$$E(t) = X(t)_{\text{факт}} - X(t)_{\text{расч}}$$

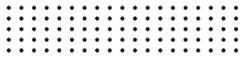
$$X(t)_{\text{расч}} = a_0(t-1) + a_1(t-1) \cdot k,$$

где  $t$  – лаг временного интервала,  $E(t)$  – уровень отклонения показателей,  $X(t)_{\text{факт}}$  – показатель валового муниципального продукта города Орла, полученный из статистических отчетов,  $X(t)_{\text{расч}}$  – спрогнозированные показатели развития валового муниципального продукта города Орла,  $k = 1$  – шаг прогнозирования.

Представленный коэффициент  $\beta = 1 - \alpha$  является коэффициентом дисконтирования данных, характеризующий обесценение данных за единицу времени и отражающий степень доверия более поздним наблюдениям. В нашем случае  $\beta = 1 - 0,4 = 0,6$ , так как представленная выше система уравнений 18–21 является адаптивной моделью Брауна (таблица 3).

Полученная модель ( $X(t)_{\text{расч}}$ ) может использоваться для прогнозирования, если она адекватна процессу, т.е. фактическим данным  $X(t)_{\text{факт}}$  (рисунок 1).

Проведем проверку полученных значений на адекватность. Адекватность полученной модели Брауна заданному временному ряду проверяется по нескольким признакам, основанным на исследовании поведения остаточной компоненты  $E(t)$  – разность между фактическими значениями показателя  $X$ , соответствующим моменту времени  $t$ , и его расчетным значением. Чтобы модель была адекватна (правильно отражала необходимые свойства) необходимо выполнение следующих требований:



Лытнева Н. А., Комаревцева О. О.

- случайность колебаний уровней остаточной последовательности;
- соответствие распределения случайной компоненты нормальному закону;
- равенство математического ожидания случайной компоненты нулю;
- независимость значений уровней случайной компоненты [4, с. 86].

Выполнение первого требования означает подтверждение гипотезы о правильности выбора вида тренда. Проверку случайности уровней ряда остатков проводится на основе критерия поворотных точек (критерия пиков). В соответствии с ним каждый уровень ряда сравнивается с двумя стоящими рядом. Если он больше или меньше их, то эта точка считается поворотной:

$$p > \left[ \frac{2(N-2)}{3} - 2,31 \sqrt{\frac{16N-29}{90}} \right],$$

где  $p$  – критерий поворотных точек,  $N$  – количество исследуемых позиций.

Далее подсчитывается сумма поворотных точек « $p$ ». Если  $p$  окажется больше целой части выражения в квадратных скобках: можно считать, что с 5% – уровнем значимости, т.е. с доверительной вероятностью 95% ряд остатков будет являться случайной последовательностью. При  $N = 9$  в правой части неравенства имеем  $p > [2,05637] = 2$ .

Значит, для заданного временного ряда свойство случайности выполняется, если число поворотных точек окажется больше двух. В нашем случае количество поворотных точек в уравнении линейной регрессии валового муниципального продукта города Орла равно 3 (3,4,8 квартал), что больше заданного значения временного ряда.

Таким образом, первое требование адекватности модели выполняется.

Второе требование – соответствие ряда остатков нормальному закону распределения – проверяется при помощи  $RS$  – критерия:

$$RS = \frac{(E_{max} - E_{min})}{SE},$$

где  $E_{max}$  – максимальный уровень ряда остатков,  $E_{min}$  – минимальный уровень ряда остатков,  $SE$  – среднее квадратическое отклонение [5, с. 167].

При этом среднее квадратическое отклонение рассчитывается как:

$$SE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^N E(t)^2}{N-1}},$$

Таблица 4. Значения  $t$ -критерия Стьюдента

$\gamma$	70 %	90 %	95 %	99 %
8	1,11	1,86	2,31	3,35
15	1,07	1,75	2,13	2,95
24	1,06	1,71	2,06	2,80

где  $E(t)$  – отклонение фактического и расчетного уровня валового муниципального продукта города Орла [6, с. 149].

Если значение данного критерия попадает между табулированными границами с заданным уровнем вероятности, то гипотеза о нормальном распределении ряда остатков принимается. Для наиболее распространенного 5% уровня значимости и для  $N = 9$  интервал равен (2,7 – 3,7), для  $N = 20$  интервал равен (3,2 – 4,5), для  $N = 30$  интервал равен (3,5 – 4,9).

Рассчитанные значения среднего квадратического отклонения и  $RS$  – критерия показали, что

$$SE = \sqrt{\frac{34,2}{9-1}} = 2,1,$$

$$RS = \frac{(2,5 - (-3,8))}{2,1} = 3,$$

что говорит о вхождении значения в интервал для  $N = 9$ .

Таблица 5. Прогнозирование уровня валового муниципального продукта города Орла на 2–3 квартал 2015 года

$t$	$X(t)_{\text{факт}}$	$X(t)_{\text{расч}}$	Верхняя граница	Нижняя граница
1	8,5	10,2		
2	11,2	9,3		
3	12,0	10,3		
4	8,4	12,1		
5	8,9	9,9		
6	11,8	9,3		
7	12,4	11,3		
8	8,8	12,6		
9	9,1	10,2	10,2	10,2
10		9,3	12,4	6,2
11		9,1	12,2	6,0

Таким образом, второе требование адекватности модели выполняется.

Проверка третьего требования – равенства математического ожидания уровней ряда остатков нулю – осуществляется с использованием  $t$ -критерия Стьюдента:

$$t = \frac{|E_{cp}|}{SE} \sqrt{N},$$

где  $E_{cp}$  – среднее значение уровней остаточного ряда,  $SE$  – среднее квадратическое отклонение [7, с. 14].

Значение  $E_{cp}$  берется по модулю, без учета знака,  $SE$  – известное нам среднее квадратическое отклонение уровней остаточного ряда. Гипотеза о равенстве нулю математического ожидания отклоняется, если  $t > t_{tabl}$ .

Для  $N=9$  ( $N-1=8$ ) и  $\gamma=70\%$  показатель  $t > t_{tabl} = 1,11$  а для такого же ряда  $N=9$  и  $\gamma=95\%$  показатель  $t > t_{tabl} = 2,31$ , при этом для нашего ряда значение

$$t = \frac{|2,0|}{2,1} \sqrt{9} = 2,85,$$

что больше представленного в таблице 4.

Таким образом, третье требование адекватности модели выполняется.

Построим краткосрочный прогноз значений  $X(t)$  на 2 квартала 2015 года (10 и 11 шаг):  $X(9+k) = 9,5 - 0,2k$ . В качестве линейного регрессионного уравнения прогнозных значений 10 и 11 шагов используем значение 9 шага. Получаем  $X(10) = 9,5 - 0,2 = 9,3$ ,  $X(11) = 9,5 - 0,2 \cdot 2 = 9,1$ . Вычислим верхние и нижние границы интервальных прогнозов:

$$\begin{aligned} X(10)_{верхняя} &= X_{расч} + SE \cdot t_{см} \cdot \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{n} + (t - t_{cp})^2}{\sum (t - t_{cp})^2}} = \\ &= 9,3 + 2,1 \cdot 2,8 \cdot \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{9} \left(\frac{9+1-45}{9}\right)^2}{60}} = 12,4; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X(11)_{верхняя} &= X_{расч} + SE \cdot t_{см} \cdot \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{n} + (t - t_{cp})^2}{\sum (t - t_{cp})^2}} = \\ &= 9,1 + 2,1 \cdot 2,8 \cdot \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{9} \left(\frac{9+1-45}{9}\right)^2}{60}} = 12,2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X(10)_{нижняя} &= X_{расч} - SE \cdot t_{см} \cdot \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{n} + (t - t_{cp})^2}{\sum (t - t_{cp})^2}} = \\ &= 9,3 - 2,1 \cdot 2,8 \cdot \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{9} \left(\frac{9+1-45}{9}\right)^2}{60}} = 6,2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X(11)_{нижняя} &= X_{расч} - SE \cdot t_{см} \cdot \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{n} + (t - t_{cp})^2}{\sum (t - t_{cp})^2}} = \\ &= 9,1 - 2,1 \cdot 2,8 \cdot \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{9} \left(\frac{9+1-45}{9}\right)^2}{60}} = 6,0; \end{aligned}$$

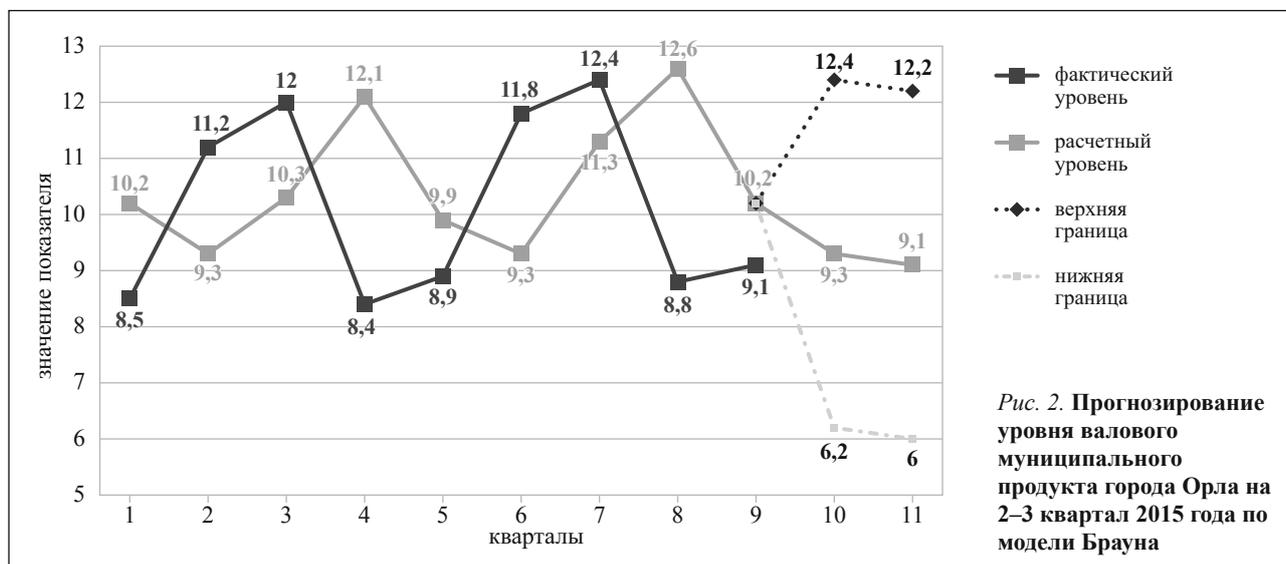
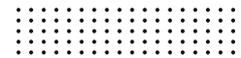


Рис. 2. Прогнозирование уровня валового муниципального продукта города Орла на 2–3 квартал 2015 года по модели Брауна



Лытнева Н. А., Комаревцева О. О.

Представленные значения нанесем на рисунок 2.

Построенный график свидетельствует о снижении значений показателя на 2–3 квартал 2015 года. При этом данный спад прервет ежегодную сезонность повышения валового муниципального продукта города Орла за последние 3 года, что свидетельствует о негативных тенденциях, происходящих в социально-экономическом развитии муниципального образования.

Таким образом, построенная адаптивная модель краткосрочного прогнозирования на основе адаптивной модели Брауна позволила сделать следующие выводы:

- эффективность адаптивной модели Брауна по прогнозированию уровня валового муниципального продукта составляет 95% (о чем свидетельствует выполнение третьего требования);
- в условиях постоянных изменений основой должно стать краткосрочное прогнозирование, а не долгосрочное;
- прогноз на 2 и 3 квартал 2015 года свидетельствует о возможном спаде показателя к концу 3 квартала.

#### Литература:

1. Edmonds J. Managing successful change // *Industrial and Commercial Training*. 2011. № 43 /6. P. 18–24.
2. Кыштымова Е. А., Лытнева Н. А. Модели экономического анализа в управлении прибылью коммерческих организаций в условиях развития региональной экономики // *Научные записки ОрелГИЭТ*. 2013. № 1 (7). С. 121–127.
3. Комаревцева О. О. Применение интегрального показателя в исследовании финансовой системы муниципального образования // *The Genesis of Genius*. 2015. № 4–1. С. 50–56.
4. Ивлева Н. В., Федотов А. И. Методика формирования системы рейтинговой оценки бюджетного потенциала муниципальных образований Орловской области // *Наука и образование: инновации, интеграция и развитие: материалы Международной научно-практической конференции: В 2 частях. Исследовательский центр информационно-правовых технологий; Ответственный редактор Искужин Т. С. Уфа, 2014. С. 86–92.*
5. Холодова Г. М., Лещёва Л. Н. Эффективность использования модели Брауна в моделях регрессионного анализа // *Наука и современность*. 2011. № 13–3. С. 167–172.
6. Васильев А. А., Васильева Е. В. Гибридные модели прогноза экономических показателей на основе

взвешенного арифметического среднего постоянного набора прогнозов // *Вестник Тверского государственного университета. Серия: Экономика и управление*. 2012. № 13. С. 149–165.

7. Васильев А. А., Васильева Е. В. Результаты исследования моделей прогнозирования Брауна и Хольта в расширенном диапазоне значений параметров сглаживания // *Математика, статистика и информационные технологии в экономике, управлении и образовании материалы II Международной научно-практической конференции/ Под ред. А. А. Васильев (отв. ред.) и др. Тверь, 2013. С. 14–18.*

#### References:

1. Edmonds J. Managing successful change // *Industrial and Commercial Training*. 2011. № 43 /6. P. 18–24.
2. Kyshtymova E. A., Lytneva N. A. Models of economic analysis in the profit management of commercial organizations in the conditions of regional economy development // *Nauchnye zapiski OrelGIET*. 2013. № 1 (7). P. 121–127.
3. Komarevtseva O. O. The use of the integral index in studying the financial system of municipal entity // *The Genesis of Genius*. 2015. № 4–1. P. 50–56.
4. Ivleva N. V., Fedotov A. I. Methodology of developing the rating system of assessment of budgetary potential of municipalities of the Orel region // *Science and education: innovation, integration and development: proceedings of the International scientific-practical conference: In 2 parts. Research Center of informational-legal technologies; Resp. ed. Iskuzhin T. S. Ufa, 2014. P. 86–92.*
5. Kholodova G. M., Leshcheva L. N. Efficiency of the Braun's model in the models of regression analysis // *Nauka i sovremennost*. 2011. № 13–3. P. 167–172.
6. Vasiliev A. A., Vasilieva E. V. Hybrid models of forecasting economic indicators based on weighted arithmetic mean of the permanent set of forecasts // *Vestnik Tverskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Series: Ekonomika i upravlenie*. 2012. № 13. P. 149–165.
7. Vasiliev A. A., Vasilieva E. V. Results of researching Brown's and Holt's forecast models in an expanded range of smoothing parameters // *Mathematics, statistics and information technologies in the economy, management and education Proceedings of the II International scientific-practical conference / Ed. by A. A. Vasilyev (man. ed.) et al. Tver, 2013. P. 14–18.*